8) a) $Q(x) = 5x_1^2 - 3x_2^2 + 2x_3^2 + 5x_4^2$

La matriz A es:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

donde $\lambda_M = 5$ y $\lambda_m = -3$

Por teorema de Rayleigh:

$$\max_{\|x\| \neq 0} \frac{Q(x)}{\|x\|^2} = \lambda_M = 5 \quad y \quad \min_{\|x\| \neq 0} \frac{Q(x)}{\|x\|^2} = \lambda_m = -3.$$

b) Según el teorema, el máximo se alcanza en los $x \in S_{\lambda_M} - \{0\}$.

Busco autoespacio asociado a $\lambda_M = 5$:

Como Q(x) carece de productos cruzados, puedo decir que los maximizantes son los vectores que tienen nulas las componentes correspondientes a los coeficientes de la forma cuadrática que son distintos del máximo.

~~Entonces son los vectores $x \in gen\{(x_1, 0, 0, x_4)\}$~~

~~$= gen\{$~~

Entonces

$x_M = x_1 . (1000)^T + x_4 . (0001)^T, \quad \|x_M\| \neq 0$

c) Idem b) pero mínimo (x_m):

$$x_m = x_2 . (0\ 1\ 0\ 0)^T \ , \ \|x\| \neq 0$$

d) Ahora con la restricción $\|x\| = 1$: forman una BON
Como los vectores generadores de x_M ~~[illegible]~~
puedo decir que:

$$x_M = x_1 (1\,0\,0\,0)^T + x_4 . (0\,0\,0\,1)^T , \quad x_1^2 + x_4^2 = 1 \quad (\text{INFINITOS})$$

e) Los vectores en donde se alcanza el mínimo sujeto a la restricción $\|x\| = 1$, son los vectores unitarios de $S_{\lambda m}$, es decir:

$$v_1 = (0\ 1\ 0\ 0) \qquad v_2 = (0\ {-1}\ 0\ 0)$$